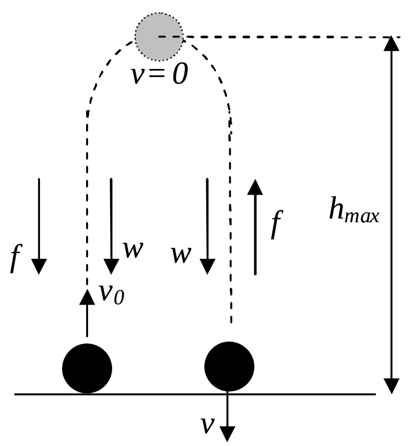
1. Sebuah batu beratnya w dilemparkan vertikal ke atas diudara dari lantai dengan kecepatan awal v_0 . Jika ada gaya konstan f akibat gesekan/hambatan udara selama melayang dan asumsikan percepatan gravitasi bumi g konstan, maka tentukan :

   a). tinggi maksimum yang dicapai (nyatakan dalam : v_0, g, f dan w)

   b). laju batu saat menyentuh lantai kembali (nyatakan dalam : v_0, f dan w)

   Teori yang mendasari :

   - **Hukum Newton tentang gerak**
   - **GLBB**



a. Batu ke atas

   Percepatan (perlambatan) :

$$a = \frac{f + w}{m}$$

$$a = \left(\frac{f}{w} + 1 \right) g$$

   Tinggi maksimum yang dicapai :

$$h = v_0.t - \frac{1}{2}at^2$$

$\dim ana,$

$$t = \frac{v_0}{a}$$

sehingga,

$$h = \frac{v_0^{\ 2}}{2a}$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^{\ 2}}{2g\left(\frac{f}{w}+1\right)}$$

b. Batu ke bawah

Percepatan :

$$a = \frac{w-f}{w}g$$

Kecepatan saat menyentuh lantai :

$$v^2 = 2ah$$

$$v^2 = 2\left(\frac{w-f}{w}g\right)\left(\frac{v_0^{\ 2}}{2g\left(\frac{w+f}{w}\right)}\right)$$

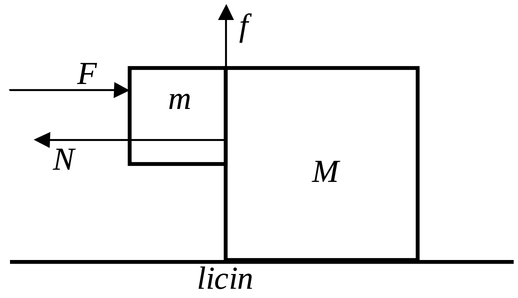
$$v^2 = v_0^{\ 2}\frac{w-f}{w+f}$$

$$v = v_0\sqrt{\frac{w-f}{w+f}}$$

B. Sebuah sistem terdiri atas dua buah balok massanya masing-masing m dan M (lihat gambar). Koefisien gesekan antara kedua balok μ_s dan tidak ada gesekan antara balok M dengan lantai. Tentukan besar gaya F yang harus diberikan pada balok m supaya tidak turun ke bawah (nyatakan dalam : m, M, g dan μ_s)

Teori yang mendasari :

- **Hukum Newton tentang gerak**



- <u>Tinjau *m*</u>

  Arah mendatar,

  $$\sum F_x = m.a_x$$
  $$F - N = m.a_x \quad ....(1)$$

  Arah vertikal,

  $$\sum F_y = 0$$
  $$m.g = f$$
  $$m.g = \mu_s .N$$
  $$N = \frac{m.g}{\mu_s} \quad ....(2)$$

- <u>Tinjau *M*</u>

  Arah mendatar,

  $$\sum F_x = M.a_x$$
  $$N = M.a_x$$
  $$a_x = \frac{N}{M} \quad ....(3)$$

  dari ketiga persamaan di atas didapatkan :

  $$F = \frac{m.g}{\mu_s}\left[\frac{m}{M} + 1\right]$$

2. Sebuah kereta dengan massa M dapat bergerak bebas tanpa gesekan di atas sebuah lintasan lurus. Mula-mula ada N orang masing-masing dengan massa m berdiri diam di atas kereta yang juga berada pada keadaan diam. Tinjau 2 kasus.

   a. Semua orang di atas kereta berlari bersama ke salah satu ujung kereta dengan laju relatif terhadap kereta v_r dan kemudian melompat turun bersama-sama. Berapakah kecepatan kereta setelah orang-orang ini melompat turun?

   b. Sekarang tinjau kasus kedua. Kereta dan semua orang mula mula diam. Dalam kasus kedua ini, semua orang lari bergantian. Jadi orang pertama lari meninggalkan kereta dengan laju relatif terhadap kereta v_r, kemudian disusul orang kedua berlari ke ujung yang sama dengan laju relatif terhadap kereta v_r. Demikian seterusnya sampai orang ke-N. Berapakah kecepatan akhir kereta?

   c. Pada kasus mana kecepatan akhir kereta lebih tinggi?

Teori yang mendasari :

- **Hukum kekekalan momentum linear**

a. kekekalan momentum linier

$$0 = Mv + Nm\left(v - v_r\right)$$

Jadi, $$v = \frac{Nm}{M + Nm}v_r$$

b. tinjau kondisi saat transisi dari n orang ke n-1 orang.

Momentum mula mula:

$$P_n = MV_n + nmV_n$$

Momentum akhir

$$P_{n-1} = MV_{n-1} + \left(n-1\right)mV_{n-1} + m\left(V_{n-1} - v_r\right)$$

Kekekalan momentum linier

$$\left(M + nm\right)V_n = \left(M + nm\right)V_{n-1} - mv_r$$

Didapat

$$V_{n-1} = V_n + \frac{mv_r}{M+nm}$$

Jika 1 lagi melompat turun, didapat

$$V_{n-2} = V_n + \frac{mv_r}{M+nm} + \frac{mv_r}{M+(n-1)m}$$

Atau dalam bentuk umum:

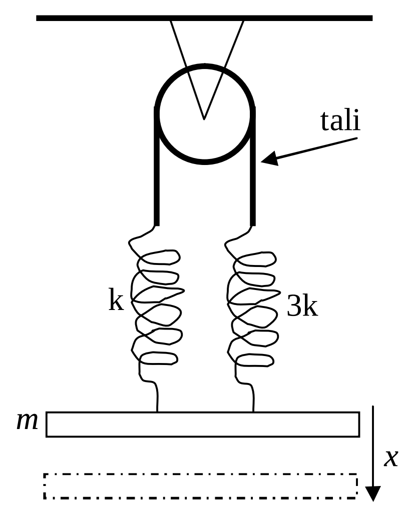
$$V_{n-s} = V_n + \sum_{i=1}^{s} \frac{mv_r}{M+(n-i+1)m}$$

Pada mulanya n=N, $V_n = 0$. Kecepatan akhir di dapat saat s=N

$$V_0 = \sum_{i=1}^{N} \frac{mv_r}{M+(N-i+1)m} = \sum_{n=1}^{N} \frac{mv_r}{M+nm}$$

c. karena $\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{M+nm} > \frac{N}{M+Nm}$ maka kecepatan pada kasus **b** lebih besar daripada pada kasus **a.**

3. Sistem massa pegas di bawah terdiri dari suatu balok dengan massa m dan dua pegas dengan konstanta pegas k dan $3k$. Massa m dapat berosilasi ke atas dan ke bawah, tetapi orientasinya dipertahankan mendatar. Kedua pegas dihubungkan dengan suatu tali tanpa massa melalui suatu katrol licin. Berapakah periode osilasi sistem? (nyatakan dalam : m dan k)



Teori yang mendasari :

- **Hukum Hooke**
- **Osilasi**

Untuk memudahkan pembahasan, kita akan namakan pegas k sebagai pegas 1 dan pegas $3k$ sebagai pegas 2.

Tegangan kedua pegas sama, karena dihubungkan lewat satu tali maka :

$$k\Delta x_1 = 3k\Delta x_2.$$

Simpangan massa m = Δx.

Dari geometri jelas bahwa,

$$2\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2.$$

Jadi,

$$\Delta x_1 = \frac{3}{2}\Delta x\,,\ \Delta x_2 = \frac{1}{2}\Delta x$$

Gaya yang bekerja pada massa m :

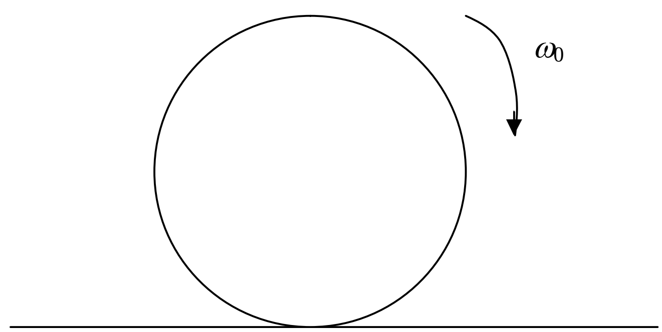
$$2\,k\Delta x_1 = 3\,k\Delta x.$$

Persamaan gerak sistem:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + 3kx = 0$$

Diperoleh $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

4. Sebuah cincin dengan massa m mempunyai suatu titik manik-manik ditempel di pinggiran cincin itu. Massa manik-manik m juga. Jari jari cincin adalah R (momen inersia cincin $I = mR^2$). Abaikan dimensi manik-manik (anggap seperti massa titik). Cincin dan manik-manik bergerak bersama. Mula-mula kecepatan sudut mereka adalah ω_0 dan manik-manik berada di posisi paling rendah. Berapakah nilai maksimum ω_0 agar sistem tidak melompat saat manik-manik berada pada posisi tertinggi?



Keadaan mula mula

Anggap lantai kasar, sehingga sistem cincin manik-manik bisa menggelinding tanpa slip.

Teori yang mendasari :

- **Kekekalan energi**
- **Hukum Newton tentang gerak**

Energi kinetik sistem terdiri dari energi kinetik cincin ditambah energi kinetik manik manik. Pada saat mula-mula manik manik berada di dasar, sehingga kecepatannya persis nol.

$$EK_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 R^2 + \frac{1}{2}mR^2\omega_0^2 = mR^2\omega_0^2$$

Pada saat manik-manik berada di puncak, energi kinetik cincin diberikan oleh

$$EK = mR^2\omega^2$$

Energi kinetik manik manik

$$EK_m = \frac{1}{2}mv^2$$

Kecepatan manik-manik v = kecepatan manik manik terhadap pusat cincin + kecepatan pusat cincin

= kecepatan translasi pusat cincin + kecepatan akibat rotasi cincin

= ωR + ωR = $2\omega R$.

Energi kinetik manik manik $= \frac{1}{2}m\left(2\omega R\right)^2 = 2m\omega^2 R^2$

Energi potensial manik manik = $2mgR$.

Kekekalan energi:

$$mR^2\omega_0^2 = mR^2\omega^2 + 2mR^2\omega^2 + 2mgR$$

Sederhanakan:

$$\omega^2 = \frac{1}{3}\omega_0^2 - \frac{2g}{3R}$$

Gaya normal yang diberikan oleh lantai diberikan oleh gaya berat dari manik-manik dan cincin dikurangi dengan gaya sentripegal akibat rotasi manik-manik terhadap pusat cincin.

$$N = 2mg - m\omega^2 R$$

Syarat supaya lepas dari lantai, N = 0.

Didapatkan :

$$2mg - \frac{1}{3} m\omega_0^2 R + \frac{2mg}{3} = 0$$

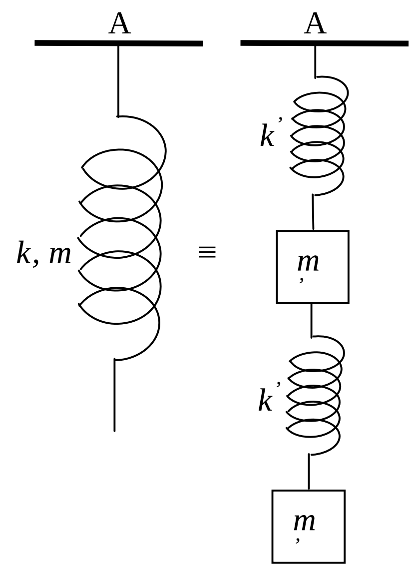
Sederhanakan:

$$\omega_0^2 = \frac{8g}{R}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{8g}{R}}$$

5. Model untuk pegas bersama.

Suatu pegas memiliki konstanta pegas k dan massa m. Untuk memudahkan perhitungan, pegas ini bisa dimodelkan dengan sistem yang terdiri atas susunan massa dan pegas. Untuk pendekatan pertama, anggap system pegas bermassa ini ekuivalen dengan sistem massa-pegas yang terdiri dari dua massa identik m' dan dua pegas identik yang tak bermassa dengan konstanta k'. Jika kita menambahkan terus jumlah massa dan pegas dalam model ini maka akan semakin mendekati pegas sesungguhnya.



Mula-mula sistem dibiarkan pada keadaan setimbang. Panjang pegas menjadi L (panjang kendurnya L_0). Jika ujung atas A dipotong,

a. berapa percepatan massa bawah menurut model ini ?

b. Berapa percepatan massa atas menurut model ini ?

Asumsikan percepatan gravitasi g tetap.

Teori yang mendasari :

- **Hukum hooke tentang pegas**
- **Hukum Newton tentang gerak**

- Hubungan antara m dan m' :

$$2m^{'} = m$$

- Hubungan antara k dengan $k^{'}$:

$$\frac{F}{k} = \frac{2F}{k^{'}}$$
$$k^{'} = 2k$$

Saat mula-mula,

- Pertambahan panjang pegas bawah karena gaya gravitasi,

$$F \quad = k^{'}\Delta x_1$$
$$m^{'}g = k^{'}\Delta x_1$$
$$\Delta x_1 = \frac{m^{'}g}{k^{'}}$$
$$= \frac{\frac{m}{2}g}{2k}$$
$$= \frac{1}{4}\frac{mg}{k}$$

- Tegangan pegas bawah,

$$k^{'}\Delta x_1 = 2k\frac{1}{4}\frac{mg}{k}$$
$$= \frac{1}{2}mg$$

- Pertambahan panjang pegas atas,

$$F \quad = k^{'}\Delta x_2$$
$$2m^{'}g = k^{'}\Delta x_2$$
$$\Delta x_2 \quad = \frac{2m^{'}g}{k^{'}}$$
$$= \frac{2\frac{m}{2}g}{2k}$$
$$\Delta x_2 \quad = \frac{mg}{2k}$$

- Tegangan pegas atas,

$$k^{'}\Delta x_2 = 2k\frac{mg}{2k}$$
$$= \text{mg}$$

Saat sambungan dengan langit-langit dipotong (titik A),

- Tegangan pegas atas = nol
- Tegangan pegas bawah = $\frac{mg}{2}$

<u>Gaya pada massa bawah :</u>

1. Gaya gravitasi = $m^{'}g$

$$= \frac{mg}{2} \quad \text{(arah ke bawah)}$$

2. Gaya dari pegas bawah = $\frac{mg}{2}$ (arah ke atas)

Jadi total gaya pada massa bawah = nol, sehingga massa bawah tidak dipercepat.

<u>Gaya pada massa atas :</u>

1. Gaya gravitasi = $m^{'}g$

$$= \frac{mg}{2} \quad \text{(arah ke bawah)}$$

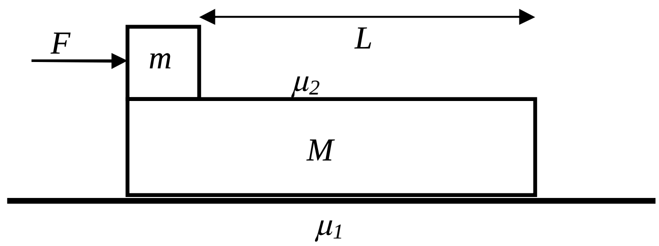
2. Gaya dari pegas bawah = $\frac{mg}{2}$ (arah ke bawah)

Jadi total gaya pada massa atas = *mg*,

Percepatan massa atas = $\frac{mg}{m^{'}}$

$$= 2g$$

6. Perhatikan sistem di bawah ini.



Ada dua balok, masing-masing massanya *m* dan *M*. Koefisien gesekan antara balok *M* dengan lantai μ_1 , sedangkan koefisien gesekan antara balok *m* dengan balok *M* adalah μ_2. Pada balok *m* diberi gaya mendatar *F* yang cukup besar sehingga balok *m* akan bergerak dipunggung balok *M*, dan balok *M* juga bergerak akibat gaya *F* ini (asumsi μ_2 cukup besar). Jika balok *m* berpindah sejauh *L* relatif terhadap balok *M*, berapa usaha yang dilakukan gaya *F* ?

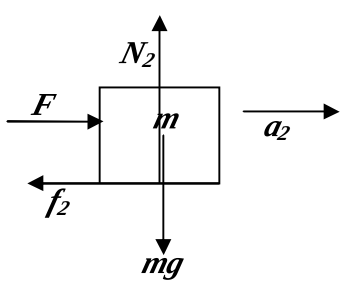
Untuk memudahkan hitungan anggap :

$M = 2m, F = \lambda mg = 5{,}6mg, \mu_2 = 0{,}5, \mu_1 = 0{,}1$

Teori yang mendasari :

- **Hukum Newton tentang gerak**
- **GLBB**
- **Usaha**

<u>Tinjau balok *m*,</u>



N_2 = gaya normal pada *m* karena *M*

¬ $\Sigma F_y = 0$

$N_2 = mg$

¬ $\Sigma F_x = ma_2$

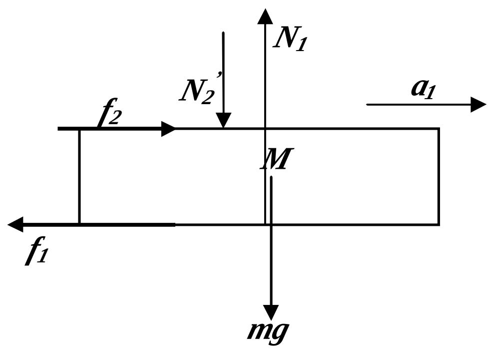
$$F - f_2 = ma_2 \qquad f_2 = \mu_2 N_2$$

$$F - \mu_2 mg = ma_2 \qquad = \mu_2 mg$$

$$a_2 = \frac{F - \mu_2 mg}{m}$$

a_2 = percepatan m relatif terhadap kerangka lab.

<u>Tinjau *M*,</u>



N_2' = reaksi dari N_2
= ***mg***

$\Sigma F_y = 0$

$$N_1 - N_2' - Mg = 0$$

$$N_1 = N_2^1 + Mg$$

$$N_1 = (m + M)g$$

$\Sigma F_x = Ma_1$

$$f_2 - f_1 = Ma_1 \qquad f_2 = \mu_2 mg$$

$$\mu_2 mg - \mu_1 (m + M)g = Ma_1 \qquad f_1 = \mu_1 (m + M)g$$

$$a_1 = \frac{[\mu_2 m - \mu_1 (m + M)]}{M} g$$

Total pergeseran massa *M* setelah selang waktu *t* :

$$S_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{[\mu_2 m - \mu_1 (m + M)]}{M} g t^2$$

Total pergeseran massa *m* terhadap kerangka lab setelah selang waktu *t* :

$$S_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2$$
$$= \frac{1}{2}\frac{F - \mu_2 mg}{m}t^2$$

Selisih jarak :

$$S_2 - S_1 = \frac{t^2}{2m}(F - \mu_2 mg) - \frac{gt^2}{2M}\left[\mu_2 m - \mu_1(m + M)\right]$$
$$= \frac{gt^2}{2}\left[\frac{F}{mg} - \mu_2 - \frac{\mu_2 m}{M} + \frac{\mu_1 m}{M} + \mu_1\right]$$
$$= \frac{gt^2}{2}\left[\lambda - \mu_2 - \mu_2\gamma + \mu_1\gamma + \mu_1\right], \qquad \text{dimana } \lambda = \frac{F}{mg} \text{ dan } \gamma = \frac{m}{M}$$

Setelah $t=t_0$, selisih jarak = L

$$L = S_2 - S_1$$
$$L = \frac{gt_0^2}{2}\left[\lambda - \mu_2 - \mu_2\gamma + \mu_1\gamma + \mu_1\right]$$
$$\frac{gt_0^2}{2} = \frac{L}{\lambda - \mu_2 - \mu_2\gamma + \mu_1\gamma + \mu_1}$$

Untuk waktu t_0 ini, massa m telah berpindah sejauh :

$$S_2 = \frac{1}{2}a_2 t_0^2$$
$$= \frac{1}{2}\frac{F - \mu_2 mg}{m}t_0^2$$
$$= \frac{gt_0^2}{2}\left[\frac{F}{mg} - \mu_2\right]$$
$$= \frac{gt_0^2}{2}\left[\lambda - \mu_2\right]$$
$$= \frac{L\left[\lambda - \mu_2\right]}{\lambda - \mu_2 - \mu_2\gamma + \mu_1\gamma + \mu_1}$$

Usaha yang dilakukan oleh gaya F:

$$
\begin{aligned}
W_F &= F.S_2 \\
&= mg\lambda \frac{L[\lambda - \mu_2]}{\lambda - \mu_2 - \mu_2\gamma + \mu_1\gamma + \mu_1} \\
&= \frac{\lambda[\lambda - \mu_2]mgL}{\lambda - \mu_2 - \mu_2\gamma + \mu_1\gamma + \mu_1} \\
&= 5{,}712mgL
\end{aligned}
$$